

2025 臺灣中小學數學能力檢定考試 TMT10

單選題

1. $\sin 1050^\circ + \cos(-960^\circ) + \tan 225^\circ$ 之值為何？
 (A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -1 (E) -2
2. 若 $\log \frac{a}{100} = 2\pi$ (π 為圓周率)，而 $\frac{\sqrt{10}}{a^2} = b \times 10^n$ (其中， $1 < b < 10$ 而 n 為整數)，則 n 之值為何？
 (A) -13 (B) -14 (C) -15 (D) -16 (E) -17
3. 一筆數據資料為 10、11、13、20、21、22、24、26、29。若刪去其中一個數，可使算術平均數變小，但中位數變大，則刪去的數為何？
 (A) 11 (B) 13 (C) 20 (D) 21 (E) 22
4. 若恰有 4 個整數 x 滿足 $|7x-2| < 7a$ ，則實數 a 的最大值為何？
 (A) $\frac{19}{7}$ (B) $\frac{16}{7}$ (C) $\frac{14}{7}$ (D) $\frac{12}{7}$ (E) $\frac{10}{7}$
5. 若一等比數列共有十項，且知其奇數項之乘積為 $\frac{1}{2}$ ，偶數項之乘積為 16，則此數列的公比為何？
 (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 2 (E) 4
6. 已知 a 、 b 為整數且 $|2a-b-12|=0$ 和 $|2a+3b-5|=1$ ，則 $a+b$ 之值為何？
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
7. 一筆整數的數據資料如右：「11, 7, 7, 12, 7, 11, b 」，此 7 個數恰有一個眾數為 a 、中位數為 b 、算術平均數為 c 。若 a 、 b 、 c 為等差數列，則 $a+b+c$ 之值為何？
 (A) 22 (B) 24 (C) 25 (D) 26 (E) 28
8. 設 k 為實數。若圓 $C: x^2 + y^2 - 4x - 1 = 0$ 與直線 $L: 2x - y + k = 0$ 有交點，則 k 的最小值為何？
 (A) -9 (B) -8 (C) -7 (D) -6 (E) -5

9. 已知 4 個數的平均數為 2，標準差為 $\sqrt{5}$ 。若加入「7」這個數，則這 5 個數的標準差為何？
 (A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{6}$ (C) $\sqrt{7}$ (D) $\sqrt{8}$ (E) 3
10. 投擲一公正骰子兩次，設兩次骰子出現的點數和為 a 。若 $a \leq 9$ 可得彩金 0 元且 $a \geq 10$ 可得彩金 $1800 \times a$ 元，則投擲一公正骰子兩次得彩金的期望值為何？
 (A) 3000 元 (B) 3200 元 (C) 3300 元 (D) 3400 元 (E) 3600 元
11. 在坐標平面上，直線 $L: y - 7 = m(x + 2)$ ，其中 m 為整數。若直線 L 沒有通過第三象限，則 m 有多少種可能值？
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8
12. 在坐標平面上，有一個三角形 ABC ，其中 $A(5, 0)$ 、 $B(4, 3)$ 、 $C(1, 2)$ ，則 $\sin A$ 之值為何？
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (E) 1
13. 在極坐標平面上，有一個三角形 OAB ，其中 O 為原點。若 A 、 B 兩點的極坐標分別為 $[4, 25^\circ]$ 與 $[5, 85^\circ]$ ，則原點到直線 \overleftrightarrow{AB} 的距離為何？
 (A) $\frac{8\sqrt{7}}{7}$ (B) $\frac{9\sqrt{7}}{7}$ (C) $\frac{10\sqrt{7}}{7}$ (D) $\frac{11\sqrt{7}}{7}$ (E) $\frac{12\sqrt{7}}{7}$
14. 設 $f(x) = ax^2 - 6ax + b$ ，其中 $a > 0$ 。若 $f(x)$ 在 $2 \leq x \leq 5$ 的範圍內的最大值為 7、最小值為 -1，則 $a+b$ 之值為何？
 (A) 11 (B) 13 (C) 15 (D) 17 (E) 19
15. 設 $f(x)$ 為實係數多項式函數。若關於實數 x 的不等式 $f(x) \geq 0$ 的解為 $x \geq 5$ 、或 $x = 2$ 、或 $x \leq -4$ ，則不等式 $xf(x) < 0$ 解的範圍為何？
 (A) $-4 < x < 5$ (B) $2 < x < 5$ 、或 $-4 < x < 2$ (C) $2 < x < 5$ 、或 $-4 < x < 0$
 (D) $0 < x < 5$ 、或 $x < -4$ (E) $2 < x < 5$ 、或 $0 < x < 2$ 、或 $x < -4$

選填題

1. 在 $\sqrt{1}、\sqrt{2}、\sqrt{3}、\dots、\sqrt{999}$ 這 999 個實數中共有 _____ 個無理數。

2. 多項式 $x^5 - 4x^4 - 72x^3 - 56x^2 + 15x + 7$ 除以 $x - 11$ 的餘式為 _____ 。

3. 已知甲組有 4 人、乙組有 5 人、丙組有 3 人。若從中選出 4 人組成委員會，且甲組、乙組都須至少含有 1 人，則共有 _____ 種選法。

4. 已知二次函數 $f(x)$ 對所有實數 x 恆滿足 $f(3+x) = f(3-x)$ ，且 $f(x)$ 的最大值為 2。若 $|f(4)| = 5$ ，則 $|f(5)| = \text{_____}$ 。

5. 在坐標平面上，已知直線 $L_1: x - 2y + 26 = 0$ ，直線 L_2 與 L_1 平行，直線 L_3 與 L_1 、 L_2 分別交於 P 、 Q 兩點，且與兩直線 L_1 、 L_2 的銳夾角都是 45° 。若點 Q 的坐標為 $(25, 23)$ ，則 $\overline{PQ}^2 = \text{_____}$ 。

6. 設 a 、 b 、 c 均為正數。若 $\frac{2a+3b}{2} = \sqrt{6ab}$ 且 $\frac{4b+3c}{2} = \sqrt{12bc}$ ，則 $\frac{18b+9c}{4a} = \text{_____}$ 。

7. 若 $a^{\log b} + b^{\log a} = \frac{1}{500}$ ，則 $1000 + (\log a)(\log b) = \text{_____}$ 。

8. 若三次實係數多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 + x + 1$ 的餘式為 $x - 1$ ，且 $f(x)$ 除以 $x^2 + x - 1$ 的餘式為 $5x + 1$ ，則 $f(1) = \text{_____}$ 。

9. 已知 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ，其中 a 、 b 、 c 為實數且 $g(-x) = f(x) + 4$ 。若 $g(x)$ 的對稱中心在 $(4, 5)$ ，則 $4b - c$ 之值為 _____。

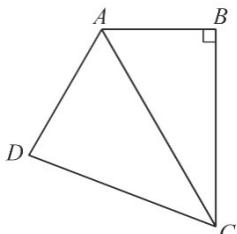
10. 某校高三甲班 50 位同學第一次段考數學、物理兩科得分資訊如下：數學、物理的算術平均數分別為 60 分、72 分，而標準差分別為 30 分、24 分，且相關係數為 0.75。利用物理分數 y 對數學分數 x 的迴歸直線，估計當有一位同學數學分數為 75 分時，其物理分數為 _____ 分。

11. 從 $1, 2, 3, 4, \dots, 20$ 之正整數中，任取三個相異數，在所取的三個數中，最大數必須大於 17、最小數必須小於 3，則取法有 _____ 種。

12. 已知坐標平面上兩點 $A(4, 0)$ 、 $B(-4, 0)$ 。若點 P 在圓 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$ 上移動，則

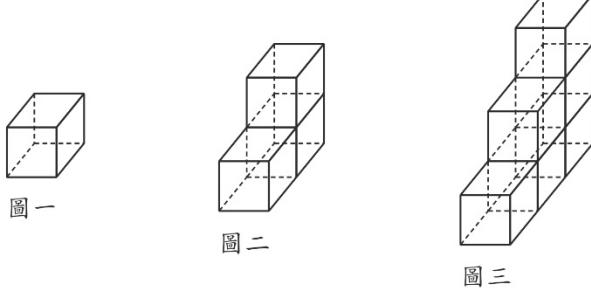
$\overline{PB}^2 - \overline{PA}^2$ 的最大值為 _____。

13. 如圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\angle BAD = 120^\circ$ 、 $\angle B = 90^\circ$ 、 $\overline{AB} = 12$ 、 $\overline{BC} = 12\sqrt{3}$ 、 $\overline{AD} = 15$ 。則 $\triangle ACD$ 的外接圓面積為 _____ π 。



14. 同時投擲四個公正銅板兩次。若兩次中恰有一次「出現正面銅板數不少於反面銅板數」的機率為 $\frac{n}{m}$ ，其中 m, n 為互質正整數（最簡分數），則 $m+n =$ _____。

15. 如下，第一圖的正立方體是由 12 根牙籤所構成；第二圖有三個正立方體，是由 28 根牙籤所構成；依此類推，求第六圖共 21 個正立方體，須由 _____ 根牙籤所構成。



參考公式及可能用到的數值

(一) 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$ 。

首項為 a ，公比為 $r(r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ 。

(二) ΔABC 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ 。（ R 為 ΔABC 外接圓半徑）

ΔABC 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ 。

(三) 一維數據 $X : x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算數平均數 $\mu_x = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ ，

標準差

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \left[(x_1 - \mu_x)^2 + (x_2 - \mu_x)^2 + \dots + (x_n - \mu_x)^2 \right]} = \sqrt{\frac{1}{n} \left[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_x^2 \right]}。$$

(四) 二維數據 $(X, Y) : (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

$$\text{相關係數 } r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}，$$

迴歸直線(最適合直線)方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$ 。

(五) 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$ 。

(六) 對數值： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 \approx 0.6990$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ 。