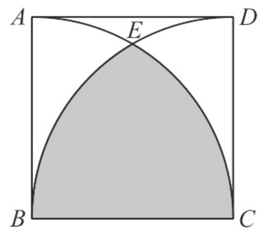
# 2025 臺灣中小學數學能力檢定考試 TMT11A

## 單選題

1. 坐標平面上，若 $O$ 為原點，$A(2,4)$、$B(3,1)$，則 $\tan\angle AOB$ 之值為何？

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (E) 1

2. 邊長為 10 的正方形 $ABCD$ 中，各以 $B$ 和 $C$ 為圓心、10 為半徑，畫兩個四分之一圓，圍成如右圖陰影區域 $BCE$，則其周長最接近下面哪一個數？

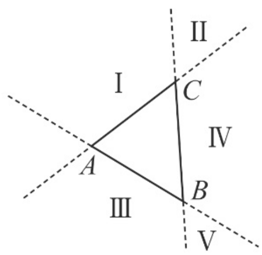



(A) 31.0 (B) 30.7 (C) 30.5 (D) 30.3 (E) 30.0

3. 已知 $x$ 為實數，若 $\cos 2x=\frac{3}{5}$，則 $\cos^4 x-\sin^4 x$ 之值為何？

(A) $-\frac{4}{5}$ (B) $-\frac{3}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$ (E) $\frac{4}{7}$

4. 在平面上有一個 $\Delta ABC$，若點 $P$ 滿足 $\overrightarrow{AP}=-\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{7}{5}\overrightarrow{AC}$，則 $P$ 會落在圖中哪一個區域內？




(A) I (B) II (C) III (D) IV (E) V

5. 若坐標平面上有兩向量 $\overrightarrow{a}=(1,2)$，$\overrightarrow{b}=(-2,4)$，則下列哪一個向量會平分 $\overrightarrow{a}$ 與 $\overrightarrow{b}$ 的夾角？

(A) $(3,-2)$ (B) $(-1,6)$ (C) $(0,8)$ (D) $(1,1)$ (E) $(4,0)$

6. 一正四面體 $A-BCD$ 的稜長為 18。若 $A$ 在平面 $BCD$ 上的垂足為 $P$，則點 $P$ 到平面 $ABC$ 的距離為何？

(A) $2\sqrt{3}$ (B) $3\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{6}$ (D) $4\sqrt{3}$ (E) $3\sqrt{6}$

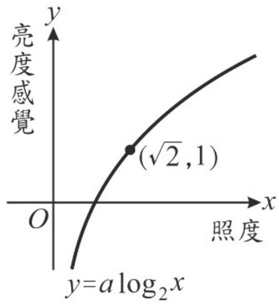
7. 若 $\alpha,\beta$ 分別為第一、第四象限角，且 $\cos\alpha=\frac{5}{13}$，$\cos\beta=\frac{3}{5}$，則 $\alpha-\beta$ 為第幾象限角？

(A) 一 (B) 二 (C) 三 (D) 四 (E) 非象限角

8. 在坐標空間中，$A$、$B$ 為直線 $L:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+2}{-2}$ 上相異兩點，且點 $A$ 在平面 $E:x+2y-2z=8$ 上的投影點為 $P$。若 $\overline{AB}=3$，則 $\overline{BP}$ 之長為何？

(A) 1　(B) 2　(C) $2\sqrt{2}$　(D) 3　(E) $\sqrt{10}$

9. 右圖為眼睛的「亮度感覺」$y$ 與「照度」$x$ (單位：勒克斯) 之間的關係圖。已知 $x$ 與 $y$ 的關係為對數函數 $y=a\log_2 x$，其中 $a$ 是常數，且點 $(\sqrt{2},1)$ 在該函數圖形上。若想讓眼睛的亮度感覺由 2 提升為 8，則照度須變為原照度的 $b$ 倍，試問數對 $(a,b)=$ ______ 。




(A) $(\sqrt{2},4)$　(B) $(2,2)$　(C) $(2,4)$　(D) $(2,8)$　(E) $(2,16)$

10. 設 $x_0$、$y_0$ 為正實數。若坐標平面上的點 $(10x_0,100y_0)$ 在函數 $y=10^x$ 的圖形上，且點 $(x_0,\log y_0)$ 會在直線 $y=ax+b$ 的圖形上，其中 $a$、$b$ 為實數，則 $a+b$ 的值為何？

(A) 5　(B) 6　(C) 7　(D) 8　(E) 9

11. 設 $x$ 為實數，則函數 $f(x)=|\sin 2x|+|\cos 2x|$ 的週期為何？

(A) $\pi$　(B) $\dfrac{\pi}{2}$　(C) $\dfrac{\pi}{4}$　(D) $\dfrac{\pi}{6}$　(E) $\dfrac{\pi}{8}$

12. 已知 $c$ 為實數。若三元一次方程組 $\begin{cases} x-y+z=0 \\ 2x+cy+3z=1 \\ 3x-3y+cz=0 \end{cases}$ 有無限多組解，則 $c$ 之值為何？

(A) $-3$　(B) $-2$　(C) 0　(D) 2　(E) 3

13. 設事件 $A$ 與事件 $B$ 為樣本空間 $S$ 之二事件。已知事件 $A$ 發生的機率為 $x$，且在事件 $A$ 沒有發生的條件下，事件 $B$ 發生的機率為 $y$，則事件 $A$ 或事件 $B$ 發生的機率為何？

(A) $xy$　(B) $x+y-xy$　(C) $x+y+xy$　(D) $1-x-y+xy$　(E) $x+y-2xy$

14. 設二階方陣 $A=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 1 & -2\end{bmatrix}$。若 $A+A^2+A^3+\cdots+A^{12}=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$，則 $a+b+c+d$ 之值為何？

(A) 0　(B) −1　(C) −2　(D) −3　(E) −4

15. 若 $\log a+\log b\geq(\log a)(\log b)$ 且 $\log b=2\log a$，則符合此條件的整數 $a$ 共有多少個？

(A) 16　(B) 29　(C) 30　(D) 31　(E) 100

## 選填題

1. 設$\overrightarrow{v_1}$，$\overrightarrow{v_2}$是空間中長度為 1 的兩向量。若其內積為$\dfrac{1}{4}$，則$\overrightarrow{v_1}-2\overrightarrow{v_2}$的長度為 ______ 。

2. 若$2\times3$矩陣$M$滿足$\begin{bmatrix}3&0\\0&0\end{bmatrix}M=\begin{bmatrix}3&6&9\\0&0&0\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}0&0\\0&2\end{bmatrix}M=\begin{bmatrix}0&0&0\\2&4&6\end{bmatrix}$，則$M\begin{bmatrix}1&2\\1&2\\1&2\end{bmatrix}$的所有元素之和為 ______ 。

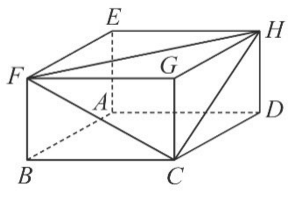
3. 已知坐標平面上$\Delta ABC$之三頂點坐標分別為$A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$、$C(x_3,y_3)$，且$\Delta A'B'C'$三頂點坐標分別為$A'(6x_1-4y_1,3x_1+5y_1)$、$B'(6x_2-4y_2,3x_2+5y_2)$、$C'(6x_3-4y_3,3x_3+5y_3)$。若$\Delta ABC$之面積為 2，則$\Delta A'B'C'$之面積為 ______ 。

4. 已知甲組有 4 人、乙組有 5 人、丙組有 3 人。若從中選出 4 人組成委員會，且甲組、乙組都須至少含有 1 人，則共有 ______ 種選法。

5. 若由兩向量$(3\overrightarrow{a}-4\overrightarrow{b})$和$(\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b})$所決定的平行四邊形面積為 50，則由兩向量$\overrightarrow{a}$和$\overrightarrow{b}$所決定的平行四邊形面積為 ______ 。

6. 已知在坐標平面上，點$A$的坐標為$(-2,4)$。若點$P(a,b)$滿足$\overline{PA}=\sqrt{162}$，則$a+b$的最大值為 ______ 。

7. 如圖，$ABCD$-$EFGH$為一長方體，其中$\overline{AB}=2$，$\overline{AD}=4$，$\overline{AE}=3$。若$\Delta CFH$的面積為$k$，則$k^2$之值為 ______ 。

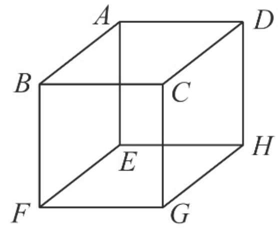



8. 已知空間中兩點$A(2,4,6)$、$B(12,-6,16)$，$P$點在$\overline{AB}$上且滿足$\overline{PA}:\overline{PB}=4:1$。若通過$P$點且與直線$AB$垂直的平面方程式為$x+ay+bz=c$，則$a+b+c$之值為 ______ 。

9. $S$ 為某試驗之樣本空間，$A$、$B$、$G$ 均為 $S$ 的事件，且滿足：$A\cup B=S$，$A\cap B=\phi$，$P(A)=2P(B)$。若 $P(G|A)=\dfrac{3}{4}$，$P(G|B)=\dfrac{2}{3}$，且 $P(B|G)=\dfrac{n}{m}$，其中 $m,n$ 為互質正整數，則 $m+n=$ ______ 。

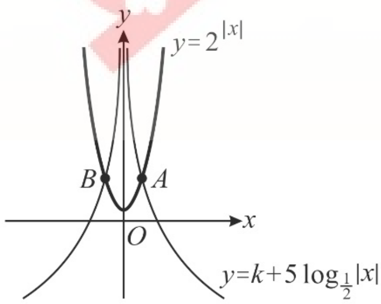
10. 電視節目歡樂對對碰，遊戲規則為節目三位主持人與一位來賓各自獨立地丟出一顆骰子一次。只要來賓丟出的點數與任何一位主持人所丟出的點數相同，便可以贏得節目所準備的獎金。試問三位主持人與來賓所丟的骰子點數組合中，有 ______ 種可能讓來賓能贏得獎金。

11. 設正立方體 $ABCD-EFGH$ 中，$ABCD$、$EFGH$ 為平行相對的兩面，$\theta$ 為平面 $AFH$ 與平面 $CFH$ 的銳夾角。若 $\cos\angle AFC=k\cos\theta$，則 $100k=$ ______ 。




12. 坐標空間中，$\overrightarrow{a}=(3,-4,k)$，$\overrightarrow{b}=(2,-2,1)$。若 $\overrightarrow{c}$ 在 $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}$ 上的正射影為 $(-2,-3,-2)$，則由 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$、$\overrightarrow{c}$ 所張開形成的平行六面體的體積為 ______ 。

13. 如圖，在坐標平面上，已知兩函數 $y=2^{|x|}$ 與 $y=k+5\log_{\frac{1}{2}}|x|$ 的圖形相交於 $A$、$B$ 兩點。




若 $\overline{AB}=4$，則實數 $k$ 之值為 ______ 。

14. 已知二階矩陣 $A=\begin{bmatrix}\cos 72^\circ & -\sin 72^\circ\\ \sin 72^\circ & \cos 72^\circ\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}\cos 72^\circ & \sin 72^\circ\\ \sin 72^\circ & -\cos 72^\circ\end{bmatrix}$，若 $A^n=B^n$ 且 $n\le 2025$，則這樣的正整數 $n$ 共有 ______ 個。

15. 已知 $x$ 為實數，若 $2\sqrt{3}\cos(x+\dfrac{\pi}{3})+4\sin x=A\cos(x+\dfrac{n}{m}\pi)$，其中 $A>0$，$n<2m$ 皆為正整數，且 $\dfrac{n}{m}$ 為最簡分數，則 $A+m\cdot n=$ ______ 。

**參考公式及可能用到的數值**

(一) 首項為 $a$，公差為 $d$ 的等差數列前 $n$ 項之和為 $S=\dfrac{n\left(2a+(n-1)d\right)}{2}$。

首項為 $a$，公比為 $r\,(r\neq 1)$ 的等比數列前 $n$ 項之和為 $S=\dfrac{a\left(1-r^n\right)}{1-r}$。

(二) 三角函數的和角公式：$\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$，

三角函數的和角公式：$\cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$，

三角函數的和角公式：$\tan(A+B)=\dfrac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}$。

(三) $\Delta ABC$ 的正弦定理：$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$。（$R$ 為 $\Delta ABC$ 外接圓半徑）

$\Delta ABC$ 的餘弦定理：$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$。

(四) 一維數據 $X: x_1, x_2, \cdots, x_n$，

算數平均數 $\mu_x=\dfrac{1}{n}\left(x_1+x_2+\cdots+x_n\right)$，

標準差

$$\sigma_x=\sqrt{\frac{1}{n}\left[\left(x_1-\mu_x\right)^2+\left(x_2-\mu_x\right)^2+\cdots+\left(x_n-\mu_x\right)^2\right]}=\sqrt{\frac{1}{n}\left[\left(x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}+\cdots+x_n^{\ 2}\right)-n\mu_x^{\ 2}\right]}。$$

(五) 二維數據 $(X,Y):(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$，

相關係數 $r_{X,Y}=\dfrac{\left(x_1-\mu_X\right)\left(y_1-\mu_Y\right)+\left(x_2-\mu_X\right)\left(y_2-\mu_Y\right)+\cdots+\left(x_n-\mu_X\right)\left(y_n-\mu_Y\right)}{n\sigma_X\sigma_Y}$，

迴歸直線(最適合直線)方程式 $y-\mu_Y=r_{X,Y}\dfrac{\sigma_Y}{\sigma_X}\left(x-\mu_X\right)$。

(六) 參考數值：$\sqrt{2}\approx 1.414$，$\sqrt{3}\approx 1.732$，$\sqrt{5}\approx 2.236$，$\sqrt{6}\approx 2.449$，$\pi\approx 3.142$。

(七) 對數值：$\log 2\approx 0.3010$，$\log 3\approx 0.4771$，$\log 5\approx 0.6990$，$\log 7\approx 0.8451$。

(八) 柱體體積＝底面積×高。

錐體體積＝$\dfrac{1}{3}$(底面積×高)。