

## TRML 個人賽-2025 第一回

I-1. 在坐標平面上，若  $P$  為圓  $(x-5)^2 + (y-3)^2 = 36$  上的一點， $O$  為原點，則向量  $\overrightarrow{OP}$  在  $y$  軸上正射影長度的最大值為 \_\_\_\_\_ 。

I-2. 已知矩陣  $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & 6 & e \\ f & g & h \end{bmatrix}$  的每一行與每一列依序都成等比數列。若  $ah = 4$ ，則  $cf$  乘積之值為 \_\_\_\_\_ 。

I-3. 設  $a_1, a_2, \dots, a_n$  是一個由 1 到  $n$  的所有整數所組成的數列，其中  $n$  為正整數，若對某個  $i$  滿足  $2 \leq i \leq n-1$ ， $a_i > a_{i-1}$  且  $a_i > a_{i+1}$ ，則稱第  $i$  個位置是一個「山峰」。例如 1,4,3,6,5,2 只有在第 2 和第 4 個位置是山峰，故 1,4,3,6,5,2 有 2 個山峰。若考慮所有由 1 到 6 的整數所組成的數列，則這些數列總共有 \_\_\_\_\_ 個山峰。

## TRML 個人賽-2025 第二回

I-4. 設  $\Delta ABC$  中  $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA} = 20$ ，且  $\overline{AC}$  的延長線與一條通過  $B$  點的直線交於  $D$  點。若  $\angle CDB = 45^\circ$ ，則  $\overline{BD} =$  \_\_\_\_\_ 。 (化為最簡根式)

I-5. 若將一條細長紙帶對摺 1 次後再從中間剪 1 刀，可得 3 段紙帶，如左下圖所示；若將一條細長紙帶對摺 2 次後再從中間剪 2 刀，可得 9 段紙帶，如右下圖所示。若依此規則將一條細長紙帶對摺 5 次後再從中間剪 5 刀，可得 \_\_\_\_\_ 段紙帶。



I-6. 若正整數  $n < 40$ ，且  $(n+1)!$  的正因數個數是  $n!$  的正因數個數的兩倍，則滿足上述條件的  $n$  共有 \_\_\_\_\_ 個。

## TRML 個人賽-2025 第三回

I-7. 已知  $x, y$  為正整數，且滿足  $\begin{cases} x+y+xy=69 \\ x^2y+xy^2=810 \end{cases}$ ，則  $x^3+y^3= \underline{\hspace{2cm}}$ 。

I-8. 設  $a$  與  $k$  皆為實數。若方程組  $\begin{cases} 8x+3y=12 \\ 4x+5z=k \\ 3y-az=-22 \end{cases}$  有無窮多組解，則  $k$  之值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

I-9. 在  $\Delta ABC$  中， $\overline{AB}=8$ ， $\overline{AC}=6$  且  $\angle A=60^\circ$ 。若平面上的點  $D$  滿足  $\angle ADC=120^\circ$ ，則  $\overline{BD}$  長度的最大可能值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡根式)



## TRML 個人賽-2025 第四回

I-10. 滿足方程組  $\begin{cases} x+y+z=0 \\ x^3+y^3+z^3=-18 \end{cases}$  的整數序對  $(x, y, z)$  總共有  $\underline{\hspace{2cm}}$  組。

I-11. 滿足方程式  $\log_4(x^3+8)=1+\log_2 x$  的所有可能實數解之和為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡根式)

I-12. 設四邊形  $ABCD$  中， $2\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{AD}$ ， $\overline{BA}=\overline{AD}=\overline{DC}=4$ ，點  $M$  為  $\overline{CD}$  的中點，點  $P$  為  $\overline{AB}$  上一點，且  $\overline{PC}$  與  $\overline{BM}$  的交點  $Q$ 。若  $\overline{PQ}:\overline{QC}=2:3$ ，則  $\overline{BQ}= \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡根式)