

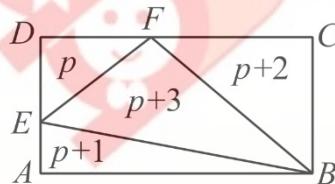
## TRML 團體賽-2025

1. 某校 300 名學生參加英語檢定考試，統計結果人數如下表所示：

	通過	未通過	合計
男生	150	30	180
女生	$a$	$b$	120
合計	$c$	$d$	300

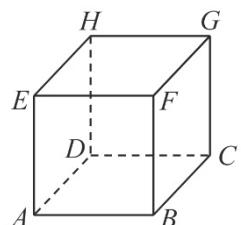
若該校英語檢定通過率與性別無關，則  $b \times c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 將多項式  $1 + (1+x) + (1+x^2)^2 + (1+x^3)^3 + (1+x^4)^4 + (1+x^5)^5 + (1+x^6)^6$  展開後  $x^6$  項的係數為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 已知  $x^3 - 2x^2 + ax + b = 0$  與  $x^3 - 2x^2 + cx + e = 0$  的六個實根與某實數  $\alpha$  可排成一個共七項且首項為  $\frac{1}{2}$  的等差數列  $\langle a_n \rangle$ ，則  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_7$  的最大值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 已知  $\triangle ABC$  中， $\overline{BC} = 6$  且  $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{3}{5}$ ，則  $\triangle ABC$  面積的最大值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. 在坐標平面上，假設通過二點  $(1, 3)$ 、 $(5, -13)$  的拋物線  $C: y = ax^2 + bx + c$  與  $x$  軸的兩個交點為  $P$ 、 $Q$ 。若拋物線  $C$  與直線  $L: 2x + y = 6$  相切於點  $R$ ，則  $\triangle PQR$  面積的最大值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
6. 如圖，矩形  $ABCD$  的內部被三條線段分割成四個三角形，若其面積分別為  $p, p+1, p+2, p+3$ ，則  $p$  之值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



7. 若正三角形  $ABC$  的頂點  $A, B, C$  分別在半徑為  $\sqrt{3}, 2, \sqrt{7}$  的同心圓上，則此正三角形邊長為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 如圖，長方體  $ABCD-EFGH$  中，向量  $\overrightarrow{AG} = (3, 4, 5)$ ，且平面  $ABGH$  與平面  $CDEF$  交於一直線  $L$ ，其方向向量為  $(1, 2, 2)$ ，則內積  $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BH} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



9. 設  $a, p$  為正整數，其中  $p > 2$  為質數，且滿足  $160p+1 = a^4$ ，則  $p$  之值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
10. 甲、乙、丙三個箱子內分別裝有  $a, b, c$  顆球，若  $a, b, c$  中恰有一數是 3 的倍數，則取出該箱子的球並平分成 3 等份，再放入各箱子一份，此過程稱為一次變換。例如： $a = 3k$  時，一次變換後甲、乙、丙箱子內的球數分別為  $k, b+k, c+k$  顆。若甲、乙、丙箱子內一開始分別裝有  $a, b, c$  顆球，經過 101 次變換後箱子內分別有 2, 3, 4 顆球，則以  $a, b, c$  分別為百位數、十位數、個位數的三位數為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。