

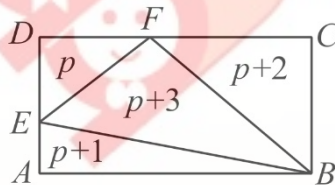
TRML 團體賽-2025

1. 某校 300 名學生參加英語檢定考試，統計結果人數如下表所示：

	通過	未通過	合計
男生	150	30	180
女生	a	b	120
合計	c	d	300

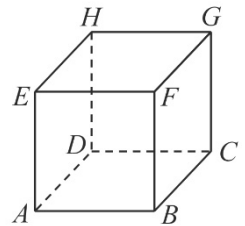
若該校英語檢定通過率與性別無關，則 $b \times c =$ _____。

2. 將多項式 $1 + (1+x) + (1+x^2)^2 + (1+x^3)^3 + (1+x^4)^4 + (1+x^5)^5 + (1+x^6)^6$ 展開後 x^6 項的係數為_____。
3. 已知 $x^3 - 2x^2 + ax + b = 0$ 與 $x^3 - 2x^2 + cx + e = 0$ 的六個實根與某實數 α 可排成一個共七項且首項為 $\frac{1}{2}$ 的等差數列 $\langle a_n \rangle$ ，則 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_7$ 的最大值為_____。
4. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} = 6$ 且 $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{3}{5}$ ，則 $\triangle ABC$ 面積的最大值為_____。
5. 在坐標平面上，假設通過二點 $(1, 3)$ 、 $(5, -13)$ 的拋物線 $C: y = ax^2 + bx + c$ 與 x 軸的兩個交點為 P 、 Q 。若拋物線 C 與直線 $L: 2x + y = 6$ 相切於點 R ，則 $\triangle PQR$ 面積的最大值為_____。
6. 如圖，矩形 $ABCD$ 的內部被三條線段分割成四個三角形，若其面積分別為 $p, p+1, p+2, p+3$ ，則 p 之值為_____。



7. 若正三角形 ABC 的頂點 A, B, C 分別在半徑為 $\sqrt{3}, 2, \sqrt{7}$ 的同心圓上，則此正三角形邊長為_____。

8. 如圖，長方體 $ABCD-EFGH$ 中，向量 $\overrightarrow{AG} = (3, 4, 5)$ ，且平面 $ABGH$ 與平面 $CDEF$ 交於一直線 L ，其方向向量為 $(1, 2, 2)$ ，則內積 $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BH} =$ _____。



9. 設 a, p 為正整數，其中 $p > 2$ 為質數，且滿足 $160p + 1 = a^4$ ，則 p 之值為_____。

10. 甲、乙、丙三個箱子內分別裝有 a, b, c 顆球，若 a, b, c 中恰有一數是 3 的倍數，則取出該箱子的球並平分成 3 等份，再放入各箱子一份，此過程稱為一次變換。例如： $a = 3k$ 時，一次變換後甲、乙、丙箱子內的球數分別為 $k, b+k, c+k$ 顆。若甲、乙、丙箱子內一開始分別裝有 a, b, c 顆球，經過 101 次變換後箱子內分別有 2, 3, 4 顆球，則以 a, b, c 分別為百位數、十位數、個位數的三位數為_____。